

La légende de l'échiquier de Sissa

ou le problème des grains de riz sur un échiquier

La légende se situe 3 000 ans av. J.C.

Le roi Belkib (Indes) promet une récompense fabuleuse à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait.

Lorsque le sage Sissa, fils du Brahmine Dahir, lui présenta le jeu d'échecs, le souverain, demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange de ce cadeau extraordinaire.

Sissa demanda au prince de déposer un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grain à chaque case.

Le prince accorda immédiatement cette récompense sans se douter de ce qui allait suivre.

Son conseiller lui expliqua qu'il venait de précipiter le royaume dans la ruine car les récoltes de l'année ne suffiraient pas à payer Sissa.



On a donc :

- 1^{ère} case : 1 grain.
- 2^{ème} case : 2 grains.
- 3^{ème} case : 2² grains
- 4^{ème} case : 2³ grains.
- ...
- 64^{ème} case : 2⁶³ grains.

C'est là que la monstrueuse force des puissances intervient.

- 2⁶³ grains = 9 223 372 036 854 775 808 grains soit environ 9,22×10¹⁸
Plus de 9 milliards de milliards de grains !

Le total des grains sur l'échiquier est donc 2⁶⁴-1 car :

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 1 \times \frac{1 - 2^{64}}{1 - 2} = 2^{64} - 1$$

- 2⁶⁴-1 = 18 446 744 073 709 551 615 grains soit environ 18,45×10¹⁸.

Plus de 18 milliards de milliards de grains !

Est-ce si famineux ?

- La production mondiale de riz est estimée par le FAO à **699 millions de tonnes** en 2010.
- Le poids moyen d'un grain de riz est difficile à estimer mais il tournerait autour de **0,04 g**.
- **18 milliards de milliards de grains de riz** ont une masse de :

$$18 \times 10^{18} \times 0,04 \text{ g} = 7,2 \times 10^{17} \text{ g} = 7,2 \times 10^{11} \text{ tonnes} \\ = 7,2 \times 10^5 \text{ millions de tonnes}$$

720 000 millions de tonnes !

Il faudrait donc plus de **1 000 ans de production mondiale de riz** pour atteindre cette famineuse quantité !

Son conseiller lui expliqua qu'il venait de précipiter le royaume dans la ruine car les récoltes de l'année ne suffiraient pas à payer Sissa.

Nombre de grains de riz
dans chaque case

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768
65536	131072	262144	524288	1048576	2097152	4194304	8388608
16777216	33554432	67108864	134217728	268435456	536870912	10737418-24	21474836-48
42949672-96	85899345-92	17179896-184	34359738-368	68719476-736	137438953-472	27487790-6944	54975581-3888
10995116-27776	21990232-55552	43980465-11104	87960930-22208	175921860-44416	351843720-88832	70368744-177664	140737488-355328
281474976-710656	562949953-421312	112589990-6842624	22517998-13685248	450359962-7370496	900719925-4740992	180143985-09481984	360287970-18963968
720575940-37927936	144115188-075855872	288230376-151711744	576460752-303423488	1152921504-606846976	230584300-9213693952	461168601-8427387904	922337203-6854775808